**Лекция 5. Решение модельной задачи в основном случае**

Конструктивность предлагаемого метода определения условия абсолютной устойчивости и решения проблемы Айзермана покажем на одном примере.

Дифференциальное уравнение регулируемой системы имеет вид

 (1.32)

Для данного примера матрица , векторы  равны:



**1. Неособое преобразование.** Характеристический полином матрицы  равен:



где  Матрица  – гурвицева.

Характеристическое уравнение матрицы  равно



Матрица  гурвицева, если 

Так как  то  Векторы  Матрица



Следовательно, ранг матрицы  равен  Уравнение движения относительно переменных  имеет вид:



Вектор строку  представим в виде  Отсюда находим  Тогда  Производная  где  В результате, имеем

 (1.33)

где



**2. Несобственные интегралы.** Из (1.33) следуют тождества:

 (1.34)



Тогда





где 





где 





где 

**3. Абсолютная устойчивость.** Как следует из формулы (1.28) имеем неравенства:

 (1.35)

 (1.36)

 (1.37)

 (1.38)

Решая систему алгебраических уравнений (1.35) – (1.38) находим предельное значение  при  Таким образом, для примера (1.32) значение  – сколь угодно малое число. Определим значение  из условия. гурвицевости матрицы  Характеристическое уравнение матрицы  равно



Отсюда следует, что матрица  – гурвицева, если  Заметим, что  Следовательно, в секторе  проблема Айзермана не имеет решения.

Рассмотрим абсолютную устойчивость положение равновесия системы (1.32), когда функция



В отличии от включения  функция  – неограничена. Передаточная функция от входа  к выходу –  равна



где  – комплексная переменная, ,  – изображения функций  – соответственно.

Согласно частотному условию В.М. Попова [15] значение  определяется из условия



где





 – некоторое вещественное число.

Видоизмененная частотная характеристика  Относительно переменных  частотное условие В.М. Попова запишется в виде  для всех  Так как



то, значения  для которых  равны  Для этих значений  величины  Заметим, что значение  Тогда  где значение  получено по предлагаемому выше методу.

Для построения видоизмененной частной характеристики вычислены значения 

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

6. 

7. 

8. 

9. 

10. 

11. 

12. 

13. 

По этим данным построена видоизмененная частотная характеристика и найдены значения  Тогда  следовательно, предлагаемый метод позволяет выделить в пространстве параметров системы область абсолютной устойчивости шире, нежели известные результаты.

**Проблема Айзермана.** Рассмотрим уравнения следующего вида

 (1.39)

где



Поскольку матрицы  соответственно, равны:



то преобразованная система имеет вид

 (1.40)

Заметим, что  где 

Для (1.40) верны тождества:







где  Так как матрицы  равны:



то характеристический полином матрицы  равен



Матрица  гурвицева, если 

Несобственный интеграл





где      Отсюда следуют



Следовательно,   Тогда    

Заметим, что  – равномерно непрерывная функция в силу того, что функции  – равномерно непрерывные функции. Тогда условие  влечет за собой  в силу леммы Барбалата [14;  21, лемма 1]. Пусть  Тогда  Данное уравнение имеет единственное решение  Итак,  при 

Так как выполнены все условия теоремы 7, то в секторе  – достаточно малое число, для системы (1.39) проблема Айзермана имеет решение.

1. Исследуем абсолютную устойчивость положение равновесия системы (1.40) путем применения теоремы 6. Для этого вычислим несобственные интегралы

















Как следует из формулы (1.28) верны неравенства









где  – любое число.

Находим предельное значение  из равенств:     Отсюда при    имеем:     

Тогда       Эти результаты подтверждают, что в секторе  проблема Айзермана имеет решение.

2. Исследуем абсолютную устойчивость положение равновесия системы (1.40) путем применение теоремы В.М. Попова [15]. Передаточная функция от входа  к выходу  для системы (1.40) равна



где



Легко убедиться в том, что







Частотная характеристика  где





Видоизмененная частотная характеристика  где





Величина  определяется из условия  Значения  для которых  равна  Для этих значений  величины  Значение  Тогда  где  получено выше. Отсюда следует, что частотное условие В.М. Попова не эффективно для исследования абсолютной устойчивости регулируемых систем с ограниченными ресурсами.

Для построения видоизмененной частотной характеристики вычислены значения 

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

6. 

7. 

8. 

9. 

10. 

11. 

12. 

13. 

14. 

15. 

По этим данным построена видоизмененная частотная характеристика и найдены значения 

Неэффективность частотного метода В.М. Попова для исследования абсолютной устойчивости системы (1.39) связана с тем, что: во-первых, при выводе частотного условия не учитывается ограниченность несобственного интеграла  во-вторых, не используется ограниченность решений системы (1.40); в-третьих, не учитывается свойства несобственного интеграла 